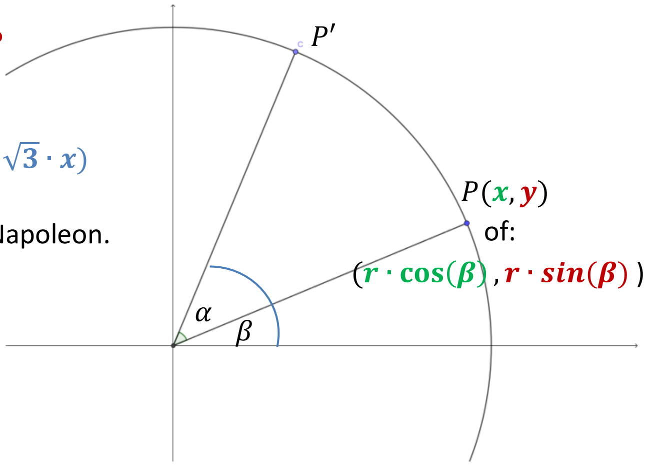
# Coördinaten na Rotaties www.raves.nl

Voordat we beginnen aan een poging om De Stelling van Torricelli cartesisch te bewijzen, eerst enkele observaties:

Bij rotaties om een punt (gemakshalve O(0,0)...) over 90° linksom geldt dat van een gegeven punt $P(x,y)$ het beeldpunt is: $P'(-y,x)$ **(en bij rotatie over 90° rechtsom: $P''(y,-x)$ ....)**

Maar hoe zit dat bij rotaties over andere hoeken?
Bijvoorbeeld bij 60° (linksom) ?




**Welnu:** $\boldsymbol{R_{O,+60^\circ}(x,y)=(\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\sqrt{3}\cdot y\,,\ \frac{1}{2}y-\frac{1}{2}\sqrt{3}\cdot x)}$

Dit zagen we al in het bewijs van de Stelling van Napoleon.

Maar onmiddellijk dient zich de vraag aan:
**waarom** eigenlijk en . . . bij andere hoeken?

Hoe dat zit wordt hieronder uitgelegd.

Gegeven een punt $P(x,y)$ dat op een cirkel ligt met straal $r=\sqrt{x^2+y^2}$ en daarmee ook de hoek $\beta$ vastlegt waaronder lijn $OP$ de (positieve) $x-as$ snijdt en er geldt: $x=r\cdot\cos(\beta)$ en $y=r\cdot sin(\beta)$
Dit lijkt op de coördinaten van een punt op de eenheidscirkel!

Wat zijn de beeld-coördinaten van punt $P(x,y)$ bij een rotatie over een hoek $\alpha$ (linksom) ?
Welnu: de bijbehorende hoek is $\alpha+\beta$ zoals je in de schets kunt zien....
Dus: $P'(r\cdot\cos(\alpha+\beta)\,,r\cdot\sin(\alpha+\beta))$

We gebruiken nu twee bekende gonio-formules (die je bij het eindexamen VWO wiskunde B altijd gratis vooraf krijgt:)

$\cos(\alpha+\beta)=\cos(\alpha)\cos(\beta)-\sin(\alpha)\sin(\beta)$ en
$\sin(\alpha+\beta)=\sin(\alpha)\cos(\beta)+\cos(\alpha)\sin(\beta)$

Daarmee worden de coördinaten: $\boldsymbol{P'(x\cdot\cos(\alpha)-y\cdot\sin(\alpha)\ ,\ x\cdot\sin(\alpha)+y\cdot\cos(\alpha))}$

Bij een rotatie over **30°** (linksom) wordt: $\boldsymbol{P'(\frac{1}{2}x\sqrt{3}-\frac{1}{2}y\,,\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y\sqrt{3})}$

Bij rotatie over +45° : $\boldsymbol{P'\left(\frac{1}{2}x\sqrt{2}-\frac{1}{2}y\sqrt{2}\,,\frac{1}{2}x\sqrt{2}+\frac{1}{2}y\sqrt{2}\right)}$

**En bij rotatie over 60° rechtsom:** $\boldsymbol{R_{O,-60^\circ}(x,y)=(\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y\sqrt{3}\,,\frac{1}{2}y-\frac{1}{2}x\sqrt{3})}$

**Tot slot bij rotatie over 90° rechtsom:** $\boldsymbol{R_{-90^\circ}(x,y)=(y,-x)}$

**En daarmee kunnen we aan de slag met diverse bewijzen!**

Teteringen januari 2020