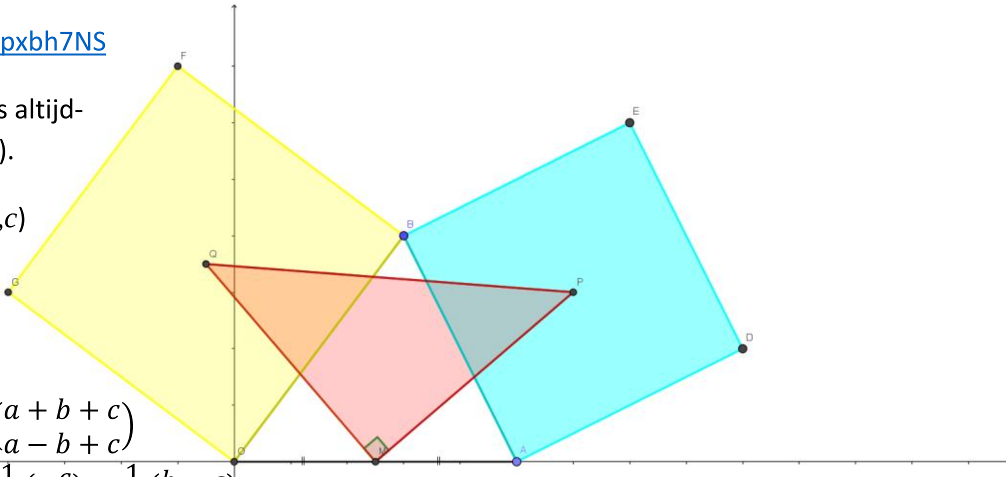
Op de zijden AB en OB van driehoek OAB worden vierkanten geplaatst. De middelpunten van deze vierkanten zijn P en Q.

Het punt M is het midden van OA. Zie de Geogebra-tekening hieronder.

De “stelling” (hier) luidt: driehoek PQM is een gelijkbenige rechthoekige driehoek (een zogenaamde “geodriehoek”). Hieronder zie je de directe link en de figuur.

https://www.geogebra.org/m/Mpxbh7NS



Voor het bewijs kunnen we -zoals altijd- weer $A(1,0)$ nemen; dan is $B(a,b)$.

Je kunt ook $A(a,0)$ nemen en $B(b,c)$ precies zoals in het boek staat.

Bewijs:

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}_R =$$

$$\binom{a}{0} + \frac{1}{2}\binom{b-a}{c} + \frac{1}{2}\binom{c}{a-b} = \frac{1}{2}\binom{a+b+c}{a-b+c}$$

$$\overrightarrow{OQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}_L = \frac{1}{2}\binom{b}{c} + \frac{1}{2}\binom{-c}{b} = \frac{1}{2}\binom{b-c}{b+c}$$

$$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OM} = = \frac{1}{2}\binom{a+b+c}{a-b+c} - \binom{\frac{1}{2}a}{0} = \frac{1}{2}\binom{\boldsymbol{b+c}}{a-b+c}$$

$$\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OM} = = \frac{1}{2}\binom{b-c}{b+c} - \binom{\frac{1}{2}a}{0} = \frac{1}{2}\binom{-a+b-c}{\boldsymbol{b+c}}$$

Je ziet duidelijk dat de rode expressies elkaars tegengestelde zijn en de paarse stukken identiek!

MP en MQ staan dus loodrecht op elkaar en zijn even lang.

Voor mijn eigen leerlingen (klas 5VWO wiskunde B) is er ook hier weer een opdracht: Onderzoek of de zwaartepunten van de driehoeken OAB en MPQ precies samenvallen of niet… De eerste die in het onderzoek slaagt krijgt er een 10 die één keer meetelt bij…..

Teteringen november 2017